

SEÑALES Y SISTEMAS DISCRETOS EN EL TIEMPO

PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

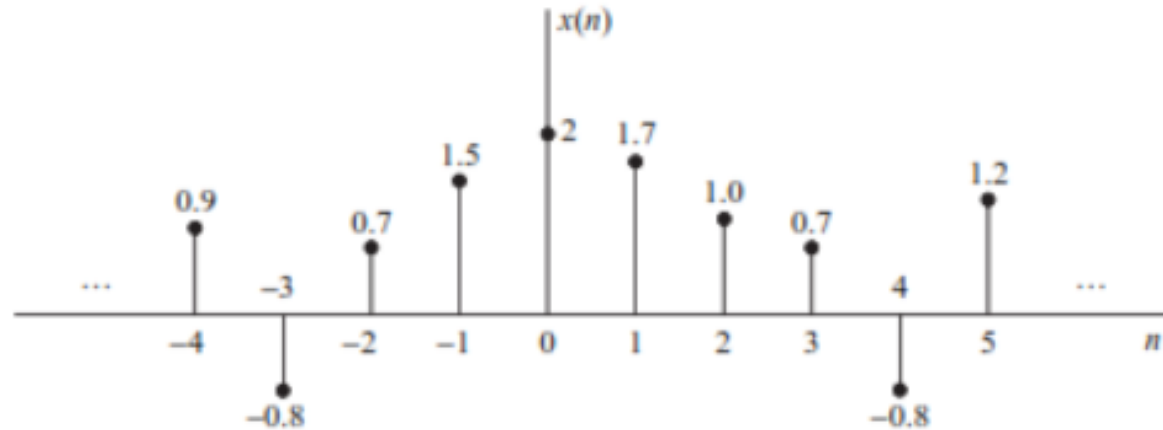


3. Introducción

Se realiza un especial énfasis en sistemas discretos en el tiempo ya que es el resultado del proceso de muestreo de una señal analógica para ser procesada por un sistema procesador de señales de forma digital. Además, las señales senoidales son una parte fundamental para la descripción de fenómenos físicos, existen otras elementales que también resultan importantes en el tratamiento de señales.

3.1 Señales discretas en el tiempo

Es una señal $x(n)$ es una función de una variable independiente que es un entero. Es importante destacar que una señal discreta en el tiempo no está definida en los instantes entre dos muestras sucesivas. Además, no es correcto pensar que $x(n)$ es igual a cero si n no es un entero.



3.1 Señales discretas en el tiempo

Existen representaciones disponibles para una función $x(n)$:

A. Representación funcional

$$x(n) = \begin{cases} 1, & \text{para } n=1,3 \\ 4, & \text{para } n=2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

B. Representación tabular como:

n	...	-2	-1	0	2	3	4
X(n)	...	0	0	1	4	1	0

C. Representación como una secuencia:

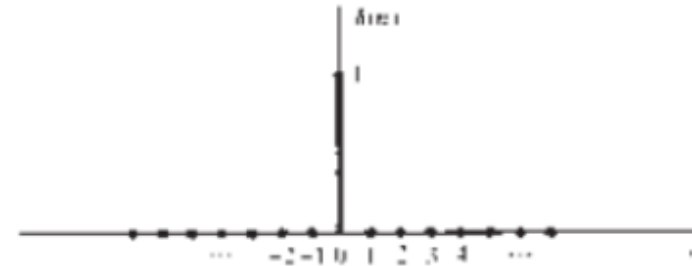
$$x(n) = \{ \dots, 0, 0, 1, 4, 1, 0, 0, \dots \} \text{ infinita}$$

$$x(n) = \{ 1, 0, 0, 1, 4, 1, 0, 2 \} \text{ finita}$$

3.2 Señales discretas elementales

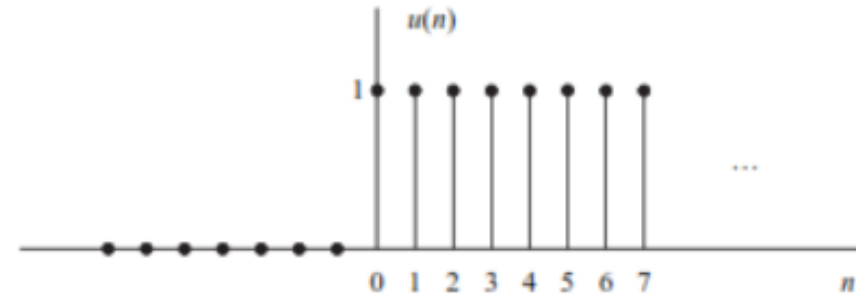
A. La señal muestra unitaria se designa como $\delta(n)$ y se define como sigue:

$$x(n) = \begin{cases} 1, & \text{para } n=0 \\ 0, & \text{para } n \neq 0 \end{cases}$$



B. La señal de escalón de unidad se denota como $u(n)$ y se define como:

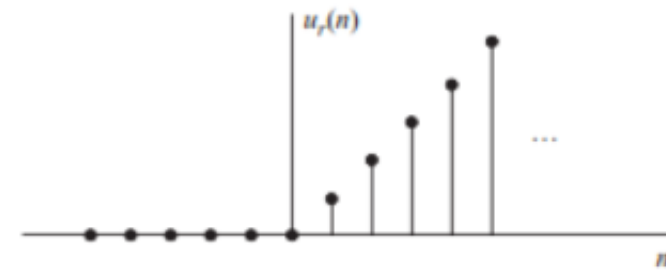
$$u(n) = \begin{cases} 1, & \text{para } n \geq 0 \\ 0, & \text{para } n < 0 \end{cases}$$



3.2 Señales discretas elementales

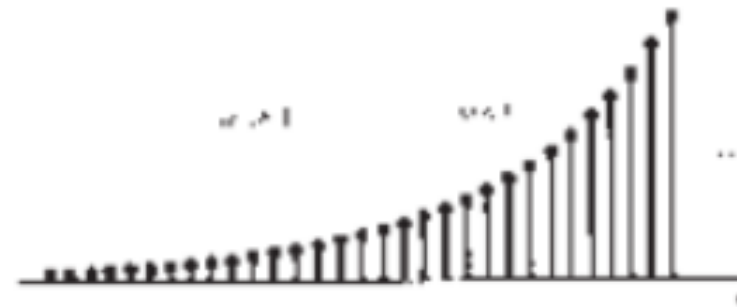
C. La señal rampa unidad se denota como $ur(n)$ y se define como:

$$ur(n) = \begin{cases} n, & \text{para } n \geq 0 \\ 0, & \text{para } n < 0 \end{cases}$$



D. La señal exponencial es una secuencia de la forma:

$$x(n) = a^n \text{ para todo } n$$



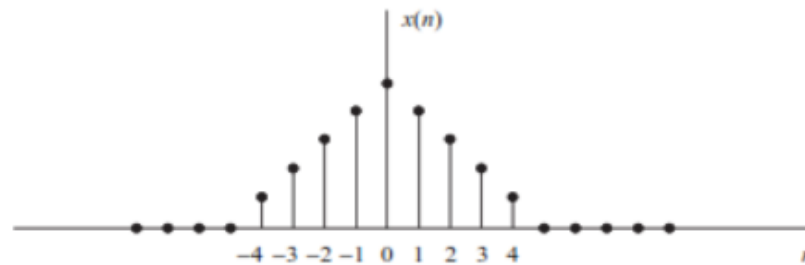
3.3 Clasificación de señales discretas en el tiempo

Los métodos matemáticos empleados en el análisis de señales y sistemas discretos en el tiempo dependen de las características de las señales.

Señales periódicas y aperiódicas: una señal $x(n)$ es periódica de período $N(N > 0)$ si y sólo si

$$x(n + N) = x(n) \text{ para todo } n$$

La energía de una señal periódica $x(n)$ en un solo período, es decir, en el intervalo $0 \leq n \leq N-1$, es finita si $x(n)$ toma valores finitos en dicho período. Sin embargo, la energía de la señal periódica para $-\infty \leq n \leq \infty$ es infinita. Por el contrario, la potencia media de la señal periódica es finita e igual a la potencia media en un solo período.



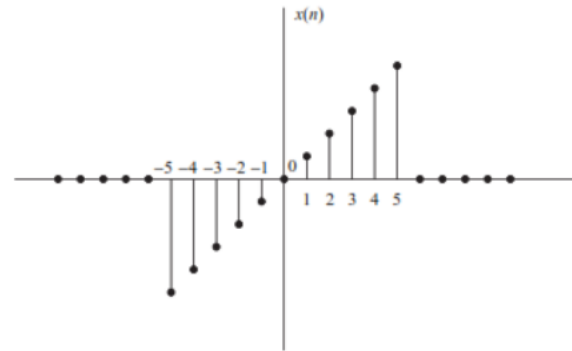
3.3 Clasificación de señales discretas en el tiempo

Señales simétricas (pares) y asimétricas (impares). Una señal real $x(n)$ se dice que es una señal simétrica (par) si:

$$x(-n)=x(n)$$

Por el contrario, una señal $x(n)$ se dice asimétrica (impar) si:

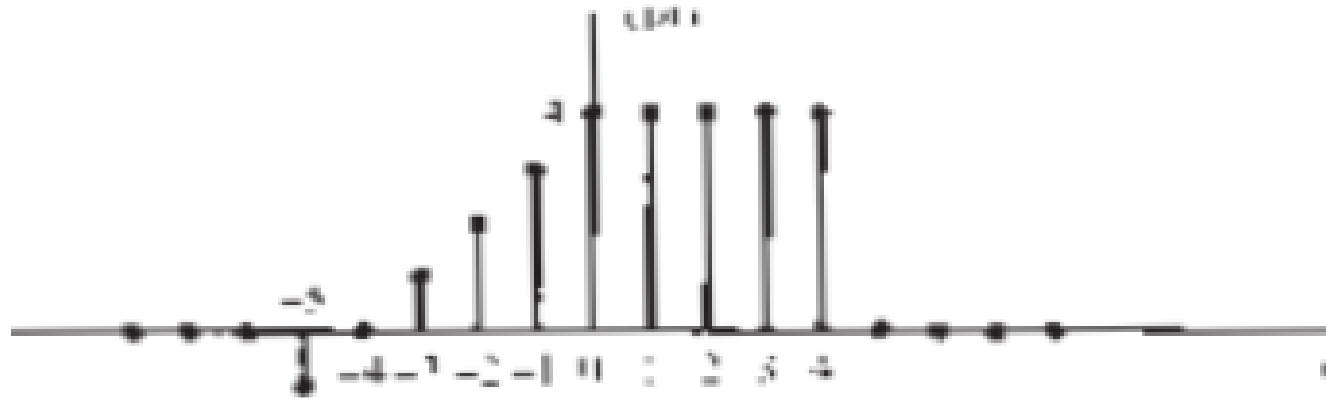
$$x(-n)=-x(n)$$



3.4 Manipulaciones simples de las señales discretas en el tiempo

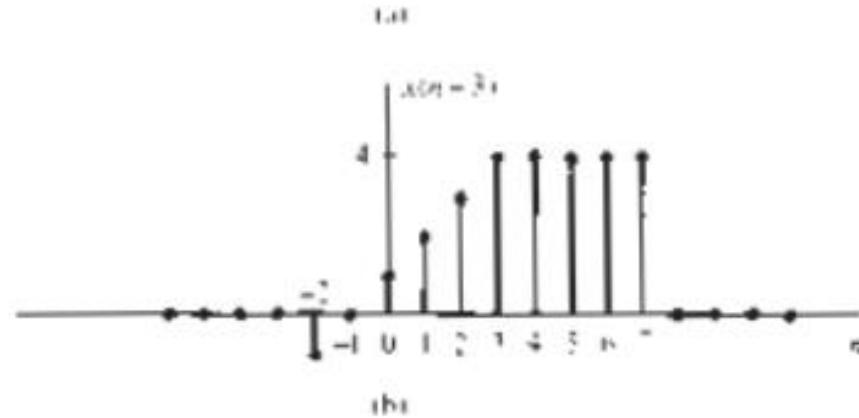
Transformación de la variable independiente (tiempo). Una señal $x(n)$ se puede desplazar en el tiempo reemplazando la variable independiente n por $n-k$, donde k es un entero. Si k es un entero positivo, el desplazamiento de tiempo produce un retardo de la señal en k unidades de tiempo. Si k es un entero negativo, el desplazamiento de tiempo hace que la señal se adelante $|k|$ unidades de tiempo.

Con la representación gráfica de una señal $x(n)$. Obtenga una representación gráfica de las señales $x(n-3)$ y $x(n+2)$.

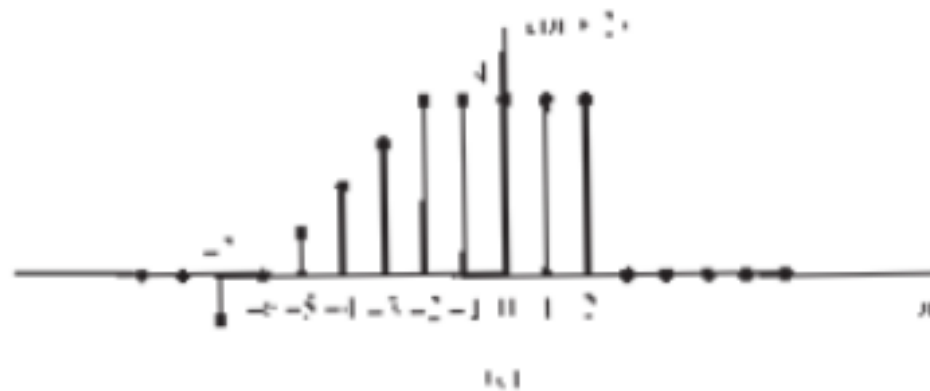


3.4 Manipulaciones simples de las señales discretas en el tiempo

$x(n-3)$

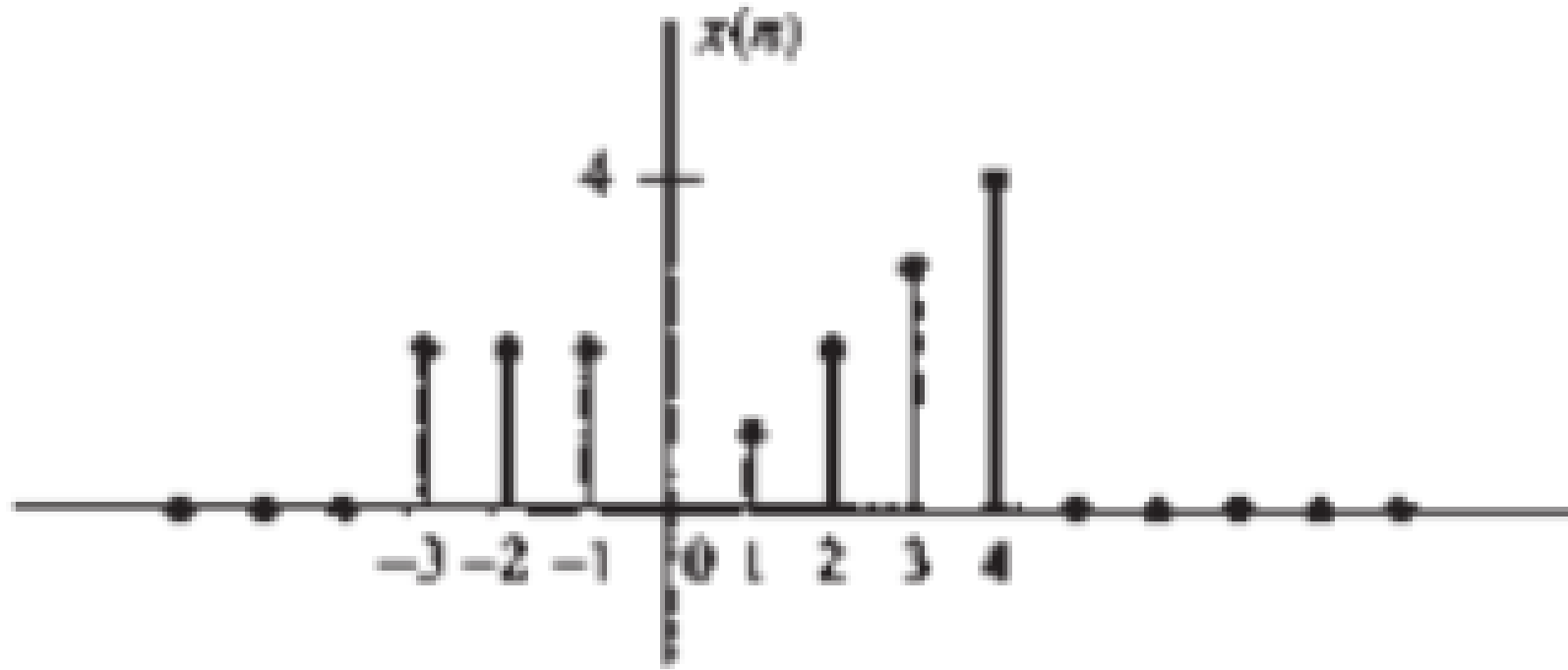


$x(n+2)$

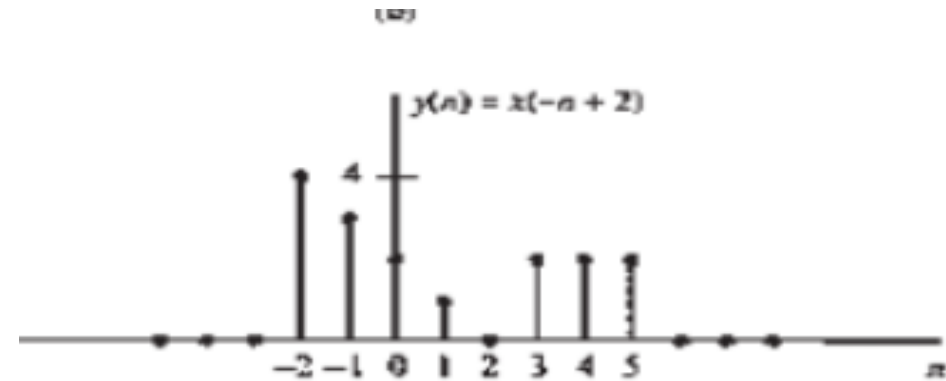
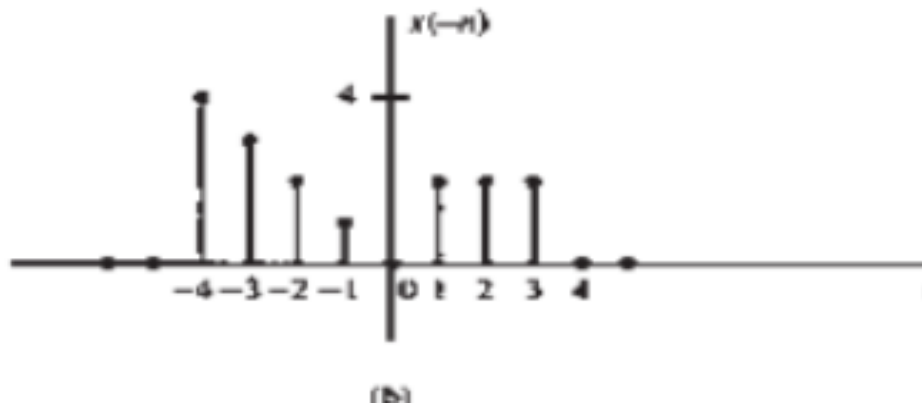


3.4 Manipulaciones simples de las señales discretas en el tiempo

Represente gráficamente las señales $x(-n)$ y $x(-n+2)$, donde $x(n)$ es la señal mostrada en la Figura



3.4 Manipulaciones simples de las señales discretas en el tiempo



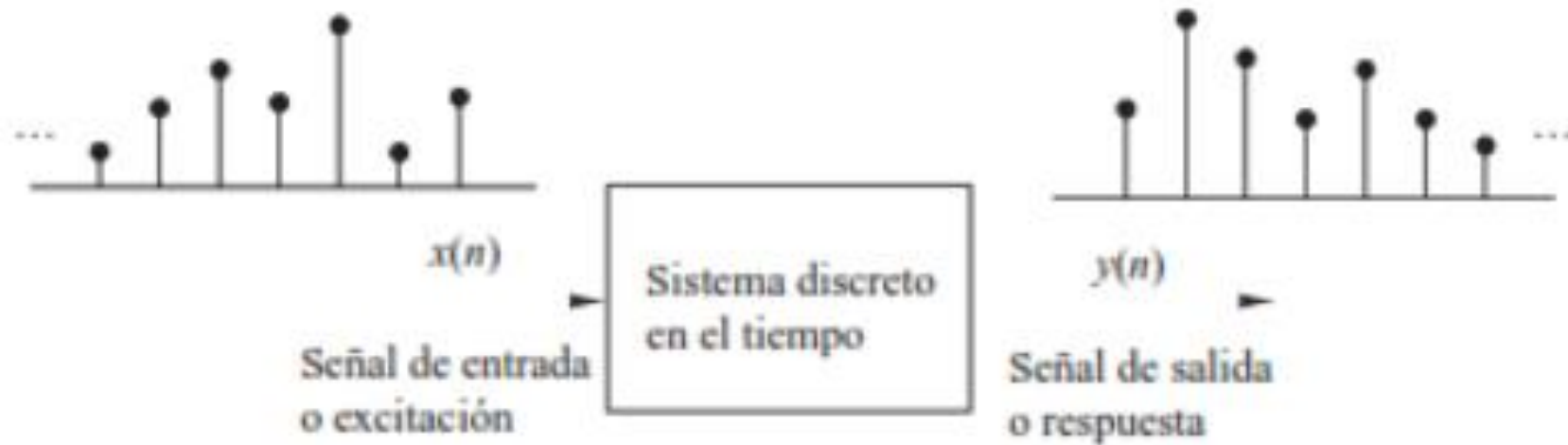
3.5 Sistemas discretos en el tiempo

En muchas aplicaciones de tratamiento digital de señales es deseable diseñar un dispositivo o un algoritmo que realice alguna de las operaciones mencionadas sobre una señal discreta en el tiempo. Tal dispositivo o algoritmo es lo que se denomina sistema discreto en el tiempo. Más exactamente, un sistema discreto en el tiempo es un dispositivo o algoritmo que opera sobre una señal discreta en el tiempo, que es la entrada o excitación, de acuerdo con una determinada regla bien definida, para producir una señal discreta en el tiempo, que es la salida o respuesta del sistema. En general, decimos que un sistema es una operación o conjunto de operaciones que se realizan sobre la señal de entrada $x(n)$ para generar la señal de salida $y(n)$. Decimos que el sistema transforma la señal de entrada $x(n)$ en una señal de salida $y(n)$, y expresaremos la relación entre $x(n)$ e $y(n)$ como:

$$y(n) \equiv \xi[x(n)]$$

Donde el símbolo ξ indica la transformación (también llamada operador) o procesamiento realizado por el sistema sobre la señal $x(n)$ para generar $y(n)$.

3.5 Sistemas discretos en el tiempo



3.5 Sistemas discretos en el tiempo

$$x(n) = \begin{cases} |n|, \text{ para } -3 \leq n \leq 3 \\ 0, \text{ otro caso} \end{cases}$$

(a) $y(n) = x(n)$ (sistema identidad)

(b) $y(n) = x(n-1)$ (sistema de retardo unidad)

(c) $y(n) = x(n+1)$ (sistema de adelanto unidad)

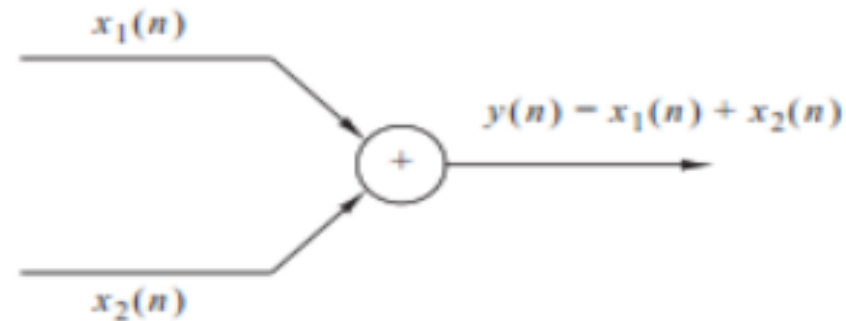
(d) $y(n) = \frac{1}{3}[x(n+1) + x(n) + x(n-1)]$ (filtro del valor medio)

(e) $y(n) = \text{mediana}\{x(n+1), x(n), x(n-1)\}$ (filtro de la mediana)

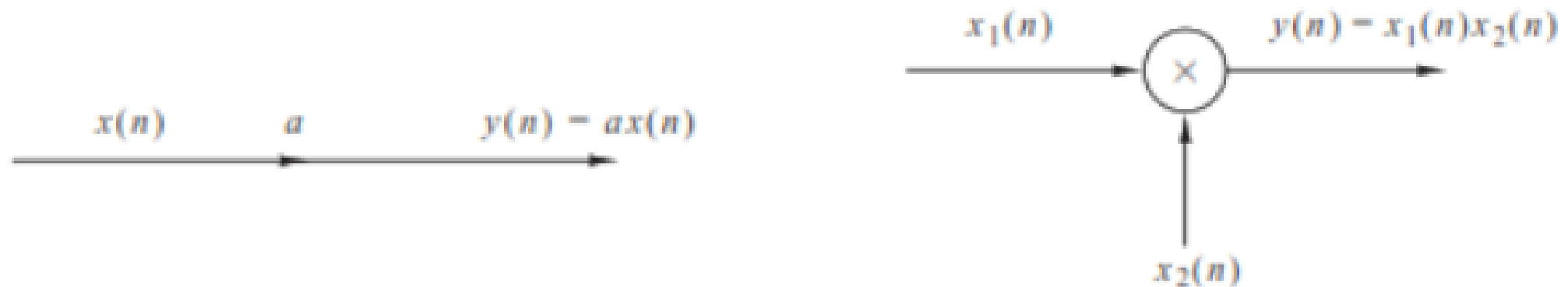
(f) $y(n) = \sum_{k=-\infty}^n x(k) = x(n) + x(n-1) + x(n-2) + \cdots$ (acumulador)

3.6 Diagrama de bloques de los sistemas discretos en el tiempo

Sumador



Multiplicador



3.6 Diagrama de bloques de los sistemas discretos en el tiempo

Elemento de retardo unitario:



Elemento de adelanto unitario

